Hi	9.	**Satzgruppe des Pythagoras – Höhen- und Kathetensatz (vgl. Buch 3.6)** Datum:	M

Arbeitsauftrag PA (Höhensatz)

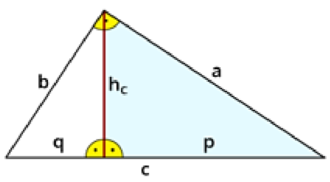
- **Zeichnet** ein 1. rechtwinkliges Dreieck ABC mit c = 6 cm, den Hypotenusenabschnitten q = 3 cm und p = 3 cm.
- **Zeichnet** ein 2. rechtwinkliges Dreieck ABC mit c = 10 cm, den Hypotenusenabschnitten q = 8 cm und p = 2 cm.
- **Zeichnet** ein 3. rechtwinkliges Dreieck ABC mit c = 10 cm, den Hypotenusenabschnitten q = 5 cm und p = 5 cm.
- **Überlegt** gemeinsam, ob ein Zusammenhang zwischen der Höhe und den Hypoteneusenabschnitten in einem rechtwinkligen Dreieck bestehen.
- **Formuliert** gemeinsam eine Gleichung (Höhensatz) , die in jedem rechtwinkligen Dreieck gilt. *Beachtet, dass es sich hier stets um Flächensätze handelt.*

Nachweis der Kathetensätze

Der Kathetensatz im rechtwinkligen Dreieck

Für den Kathetensatz betrachten wir das blaue Dreieck:

1. Stelle den Höhensatz auf
2. Wie könnte man im blauen Dreieck a mit dem Pythagoras berechnen.
   Stelle die Formel auf.



Übungsaufgaben: Buch S. 75 Nr.1/2

Skizze hilfreich!

1 Bestimme rechnerisch die fehlenden Längen für das bei C rechtwinklige Dreieck ABC.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)
a	☐	☐	72 mm	80 cm	☐	☐
b	4,0 km	☐	☐	☐	6,8 cm	☐
c	5,0 km	☐	100 mm	☐	12 cm	6 dm
h_c	☐	☐	☐	☐	☐	☐
p	☐	5,6 cm	☐	4 dm	☐	22 cm
q	☐	3,4 cm	☐	☐	☐	☐

2 Bestimme den Flächeninhalt des rechtwinkligen Dreiecks ABC.

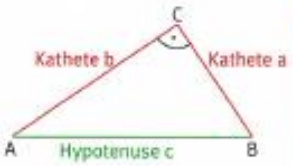
a) $q = 6$ cm; $c = 14{,}5$ cm; $\gamma = 90°$

b) $b = 8$ cm; $q = 4{,}8$ cm; $\gamma = 90°$

c) $q = 6$ cm; $h_c = 11$ cm; $\gamma = 90°$

d) $b = 8$ cm; $c = 14{,}8$ cm; $\gamma = 90°$

Merkwissen: Höhen- und Kathetensatz



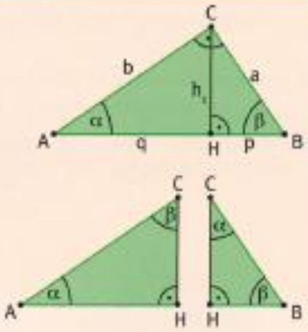
Die Hypotenuse liegt stets dem rechten Winkel gegenüber.

Die Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck beschrieb bereits Euklid (ca. 300 v. Chr.) in seinem Buch „Elemente".

Höhensatz, Kathetensätze und der Satz des Pythagoras (siehe nächstes Kapitel) werden auch als ***Flächensätze*** *bezeichnet.*

MERKWISSEN

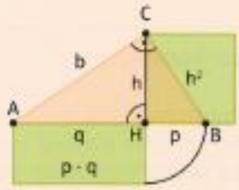
In jedem bei C **rechtwinkligen Dreieck ABC** mit der Hypotenuse c und den Katheten a und b teilt die Höhe h_c das Dreieck in zwei bei H rechtwinklige Dreiecke AHC und HBC. Diese sind **ähnlich** zum Ausgangsdreieck ABC: In den Dreiecken ABC, AHC und HBC treten aufgrund des Satzes über die Innenwinkelsumme im Dreieck nur Winkel mit den Maßen α, β und 90° auf.
Also gilt: $\Delta ABC \sim \Delta AHC \sim \Delta HBC$.
In ähnlichen Dreiecken stehen entsprechende Seiten im gleichen Verhältnis.



Höhensatz
In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der zur Hypotenuse gehörenden Höhe h flächeninhaltsgleich dem Rechteck aus den beiden Hypotenusenabschnitten.

Beweis: $\Delta HBC \sim \Delta AHC$: $\frac{\overline{HC}}{\overline{HB}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{HC}} \Leftrightarrow \overline{HC}^2 = \overline{AH} \cdot \overline{HB}$

$\Longrightarrow$ $\mathbf{h^2 = p \cdot q}$



Kathetensätze
In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über einer Kathete flächeninhaltsgleich dem Rechteck aus Hypotenuse und dem zugehörigen Hypotenusenabschnitt.

Beweis: $\Delta AHC \sim \Delta ABC$: $\frac{\overline{AC}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{AH}$

$\Longrightarrow$ $\mathbf{b^2 = c \cdot q}$

$\Delta HBC \sim \Delta ABC$: $\frac{\overline{BC}}{\overline{HB}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = \overline{AB} \cdot \overline{HB}$

$\Longrightarrow$ $\mathbf{a^2 = c \cdot p}$