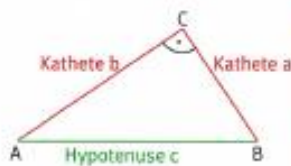


Merkwissen: Höhen- und Kathetensatz



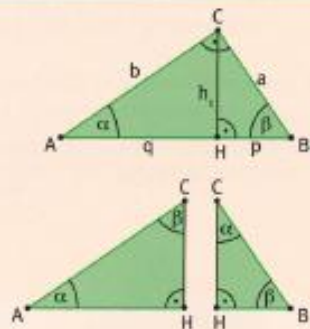
Die Hypotenuse liegt stets dem rechten Winkel gegenüber.

Die Beziehungen im rechtwinkligen Dreieck beschrieb bereits Euklid (ca. 300 v. Chr.) in seinem Buch „Elemente“.

Höhensatz, Kathetensätze und der Satz des Pythagoras (siehe nächstes Kapitel) werden auch als **Flächensätze** bezeichnet.

MERKWISSEN

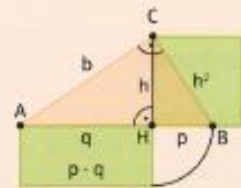
In jedem bei C rechtwinkligen Dreieck ABC mit der Hypotenuse c und den Katheten a und b teilt die Höhe h_c das Dreieck in zwei bei H rechtwinklige Dreiecke AHC und HBC. Diese sind **ähnlich** zum Ausgangsdreieck ABC: In den Dreiecken ABC, AHC und HBC treten aufgrund des Satzes über die Innenwinkelsumme im Dreieck nur Winkel mit den Maßen α , β und 90° auf. Also gilt: $\triangle ABC \sim \triangle AHC \sim \triangle HBC$. In ähnlichen Dreiecken stehen entsprechende Seiten im gleichen Verhältnis.



Höhensatz

In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über der zur Hypotenuse gehörenden Höhe h flächeninhaltsgleich dem Rechteck aus den beiden Hypotenusenabschnitten.

$$\text{Beweis: } \triangle HBC \sim \triangle AHC: \frac{HC}{HB} = \frac{AH}{HC} \Leftrightarrow HC^2 = AH \cdot HB \\ \Rightarrow h^2 = p \cdot q$$



Kathetensätze

In einem rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat über einer Kathete flächeninhaltsgleich dem Rechteck aus Hypotenuse und dem zugehörigen Hypotenusenabschnitt.

$$\text{Beweis: } \triangle AHC \sim \triangle ABC: \frac{AC}{AH} = \frac{AB}{AC} \Leftrightarrow AC^2 = AB \cdot AH \\ \Rightarrow b^2 = c \cdot q \\ \triangle HBC \sim \triangle ABC: \frac{BC}{HB} = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow BC^2 = AB \cdot HB \\ \Rightarrow a^2 = c \cdot p$$

